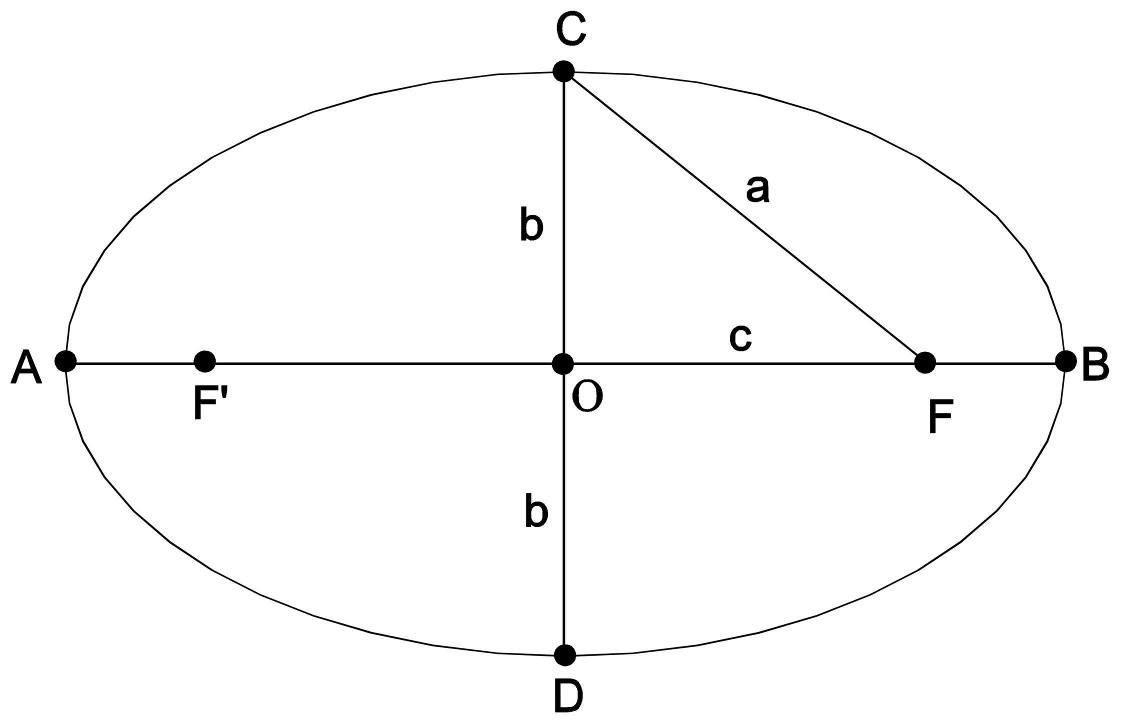
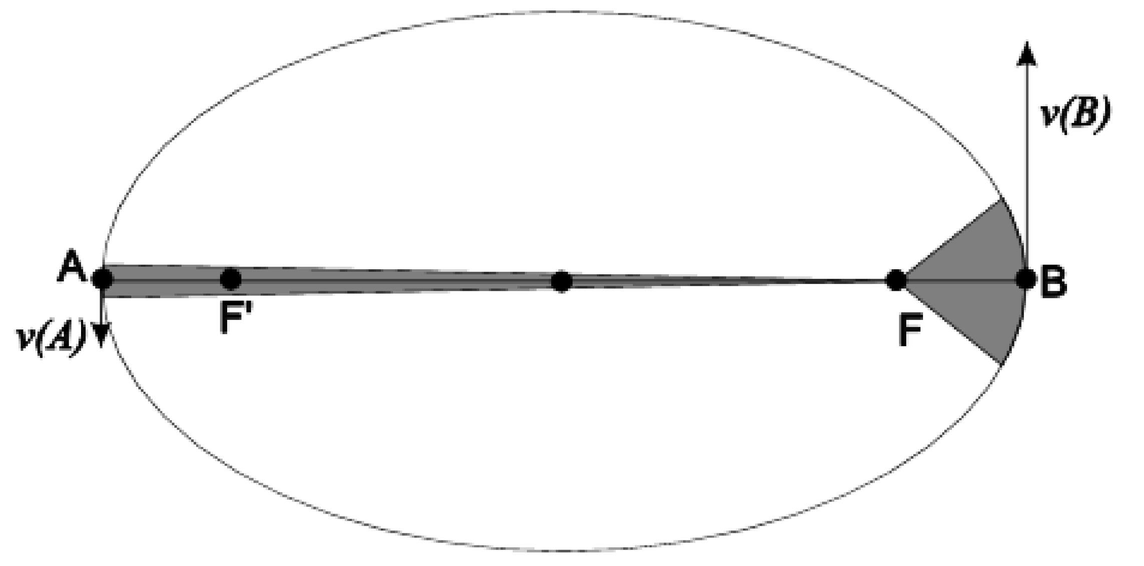
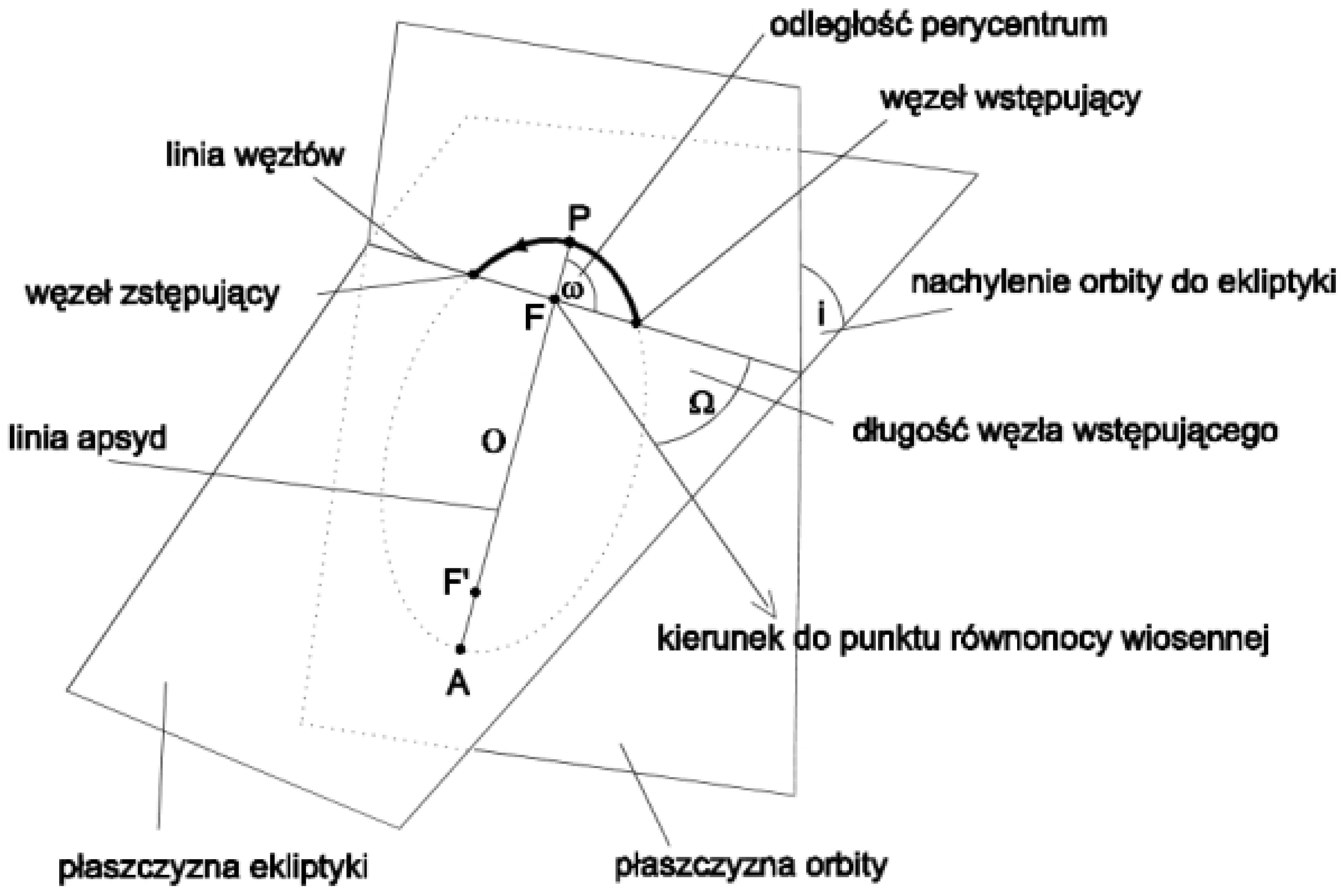
# Plansza nr 17
# Elementy orbity eliptycznej

W odniesieniu do ruchu planet w układzie słonecznym w grę wchodzą orbity eliptyczne. Również pojazdy kosmiczne na ogół przemieszczają się po elipsach. Podróżnicy kosmiczni oraz osoby należące do naziemnych służb planowania i kontroli lotów kosmicznych muszą być dobrze zaznajomieni ze wszystkimi szczegółami dotyczącymi parametrów lotów orbitalnych.




Rozmiary i kształt elipsy określone są przez jej osie $AB = 2a$ i $CD = 2b$, gdzie $a$ i $b$ oznaczają długości półosi. Odległość $OF = OF'$, oznaczana literą $c$, po podzieleniu przez $a$ daje wartość ***mimośrodu***

$$e = \frac{c}{a}$$ będącego parametrem liczbowym określającym kształt elipsy. Do określenia kształtu używa się też ***spłaszczenia***, zdefiniowanego jako: $$s = \frac{a-b}{a}$$

Podanie $a$ i $e$ lub $a$ i $s$ w sposób jednoznaczny określa elipsę. Dla elipsy słuszne są, oprócz powyższych, następujące związki pomiędzy wielkościami ją opisującymi:

$$c^2 = a^2 - b^2, \qquad \frac{b}{a} = 1 - s, \quad b = a(1-s) = a\sqrt{1-e^2}, \qquad e = \sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2}} = \sqrt{2s - s^2}$$

Jeśli przyjąć, że w punkcie $F$ znajduje się obiegane przez planetę Słońce, to punkt $B$ jest peryhelium, a punkt $A$ aphelium. Ekstremalne wartości promienia wodzącego planety przyjmą wartości:

$$r_{min} = FB = a - c = a(1-e) \qquad r_{max} = FA = a + c = a(1+e)$$

Z drugiego prawa Keplera można otrzymać też wzór wiążący minimalną i maksymalną prędkość liniową planety (lewy dolny rysunek):

$$\frac{v_{max}}{v_{min}} = \frac{v(B)}{v(A)} = \frac{1+e}{1-e}$$

W czasie $\Delta t$ w okolicy punktu $B$ planeta przebędzie drogę $\Delta t\ v(B)$. W ta kim samym czasie w okolicy punktu $A$ planeta przebyłaby drogę $\Delta t\ v(A)$. Pole zakreślone przez promień wodzący planety w okolicy punktu $B$ wynosi $P_B = r_{min}\ \Delta t\ v(B)/2$, a w okolicy punktu $A$, $P_A = r_{max} \Delta t\ v(A)/2$. Jako, że oba te pola mają być równe (drugie prawo Keplera) to posiłkując się wzorami na $r_{max}$ i $r_{min}$ otrzymamy powyższy wzór.

Jednoznaczne określenie ruchu orbitalnego ciała można uzyskać poprzez podanie tzw. ***elementów orbity***. Znajomość tych elementów pozwala dla dowolnego momentu czasu $t$ określić współrzędne i prędkości orbitującego ciała. Elementy orbity są to parametry, które określają kształt oraz usytuowanie orbity względem ekliptyki. Rodzaj i kształt krzywej stożkowej określa parametr $\boldsymbol{e}$ (mimośród), który dla elips jest liczbą z przedziału (0,1). Drugi parametr orbity określa wielkość orbity. Dla orbity eliptycznej równy jest on długości wielkiej półosi, $\boldsymbol{a}$. Położenie orbity eliptycznej względem ekliptyki określają trzy kąty; $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{\Omega}$ oraz $\boldsymbol{\omega}$ (jak na prawym rysunku). Są to kolejne trzy elementy orbity. Parametr $i$ określa nachylenie płaszczyzny do płaszczyzny ekliptyki. Parametr $\boldsymbol{\Omega}$ określa kąt zawarty między linią węzłów orbity, a kierunkiem punktu równonocy wiosennej. Nazywa się go ***długością węzła wstępującego***, czyli punktu orbity leżącego w płaszczyźnie ekliptyki w którym szerokość ekliptyczna planety zmienia wartość z ujemnej na dodatnią. Parametr $\boldsymbol{\omega}$ określa kąt pomiędzy kierunkiem na wstępujący węzeł orbity, a kierunkiem do peryhelium orbity. Szóstym i ostatnim elementem orbity eliptycznej jest moment przejścia $\boldsymbol{\tau}$ planety przez jakiś umowny punkt orbity, np. przez punkt peryhelium.

Orbita eliptyczna obiektu ma zatem sześć niezależnych elementów: $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{e}$, $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{\Omega}$, $\boldsymbol{\omega}$ oraz $\boldsymbol{\tau}$. Ich znajomość pozwala policzyć,w dowolnie wybranych współrzędnych przestrzennych, położenie ciała w zadanym momencie. Dokładność wyznaczenia tych współrzędnych zależy oczywiście od tego, z jaką precyzją znamy elementy orbity. Trzeba zatem rozwiązywać w mechanice nieba dwa rodzaje problemów orbitalnych: 1) obliczanie elementów orbit obiektów z wielokrotnych obserwacji położeń tychże obiektów, 2) obliczanie położeń orbitujących obiektów na podstawie elementów ich orbit. Jeśli zauważymy, że rzeczywiste położenie obiektu na niebie różni się w danym momencie od przewidywanego w oparciu o jego elementy orbity, to znak, że trzeba podjąć procedurę wyznaczenia elementów jego orbity na nowo.

Układ Słońce – planeta nie jest odizolowany od działania sił zewnętrznych toteż elementy orbit planet ulegają powolnym zmianom w czasie. Zmiany te tylko w pewnym stopniu są przewidywalne. Co jakiś czas należy uściślać wartości elementów orbit dla poszczególnych planet. To samo dotyczy naturalnie orbit innych ciał, takich jak księżyce planet, komety czy drobne ciała w Układzie Słonecznym, w tym sztuczne satelity, sondy i statki kosmiczne.

Gdy nie jesteśmy zmuszeni do szczegółowej analizy położeń planet, często wystarcza podać dwie charakterystyki ich ruchu, mianowicie średnią odległość od Słońca — duża półoś elipsy, oraz okres pełnego obiegu. Jeśli chodzi o okres obiegu, to może on być różnorako definiowany. ***Okres gwiazdowy*** obiegu, $T$, który występuje w trzecim prawie Keplera, określa odstęp czasu pomiędzy kolejnymi pojawieniami się planety na tle tych samych gwiazd, jednakże dla hipotetycznego obserwatora umieszczonego na Słońcu. Dla obserwatora na Ziemi, która też znajduje się w ruchu, bezpośredni pomiar gwiazdowego okresu planety jest niemożliwy. Otrzymujemy go pośrednio, w oparciu o pomiar okresu synodycznego planety. ***Okresem synodycznym*** $S$ nazywamy odstęp czasu dzielący kolejne, takie same konfiguracje planety ze Słońcem (np. kolejne koniunkcje tego samego rodzaju). Tempo zmiany konfiguracji planety względem Słońca dla obserwatora umieszczonego na Ziemi wynosi 360°/$S$. Tempo przemieszczania się Słońca na tle gwiazd wynosi dla tego obserwatora 360°/1 (za jednostkę czasu przyjęto tu 1 rok gwiazdowy), a dla pomyślanego obserwatora umieszczonego na planecie 360°/$T$, gdzie $T$ jest okresem gwiazdowym planety. Planety dolne obiegają Słońce szybciej niż Ziemia, zatem otrzymany dla nich równanie:

$$\frac{360°}{S} = \frac{360°}{T} - \frac{360°}{1}$$ , które po przekształceniu daje wzór na okres gwiazdowy planety, wyrażony w latach gwiazdowych: $$T = \frac{S}{S+1}$$

Ruch orbitalny Ziemi wokół Słońca w tym samym co planeta kierunku spowalnia bowiem w tym przypadku tempo zmiany konfiguracji względem Słońca o wartość 360°/1.
Dla planet górnych, obiegających Słońce wolniej niż Ziemia napiszemy:

$$\frac{360°}{S} = \frac{360°}{1} - \frac{360°}{T}$$ , skąd otrzymamy: $$T = \frac{S}{S-1}$$

W tym przypadku tempo zmiany konfiguracji byłoby maksymalne, gdyby planeta znieruchomiała w swoim ruchu orbitalnym i wynosiłby 360°/1 . Skoro jednak planeta wolno porusza się w tę samą co Ziemia stronę, więc rozważane tempo zostanie pomniejszone o wartość 360°/$T$ .

Autor planszy: dr Bogdan Wszołek. Copy right: Stowarzyszenie Astronomia Nova. Wersja elektroniczna planszy w formacie PDF jest darmo dostępna na stronie astronomianova.org/publikacje. Projekt współfinansowany ze środków Województwa Małopolskiego w ramach drugiej edycji konkursu **"Małopolska! Postaw na edukację !"**, ogłoszonego przez Urząd Marszałkowski Województwa Małopolskiego.