

Plansza nr 12

Prawa Keplera i ich uogólnienia

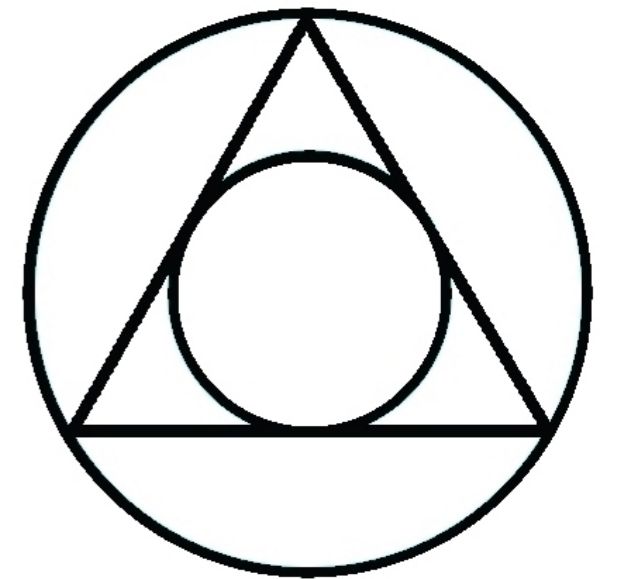
Pośród tysięcy gwiazd postrzeganych gołym okiem na niebie zauważono już przed tysiącami lat, że pięć spośród nich nie może ustać w miejscu, jak pozostałe (przypoite) gwiazdy, ale nieustannie sobie wędrują na tle gwiazd. Te zachowania domagały się wyjaśnienia, toteż pospiesznie uznano, że Bóg w ten sposób komunikuje się z ludźmi. Osoby astronomicznie wykształcone (kapłani różnych dawnych bóstw) podjęły się (nie bezinteresownie) odczytywania tego osobliwego przekazu. Skoro "w gwiazdach ręka pisuje Boża" (jak to ładnie ujmie w dalekiej przyszłości polski wieszcz), to ktoś to pismo musi czytać. I tak zrodziła się astrologia, którą Kepler w wieku XVII nazwie lekko prowadzącą się "siostrą astronomii".

Johannes Kepler potraktował zagadnienie ruchów "gwiazd błędzących" nie w kategoriach dochodowych, ale jako frapującą tajemnicę przyrodniczą, domagającą się logicznego wyjaśnienia. W oparciu o lekturę starożytnych filozofów i bardziej mu współczesnych myślicieli zauważył, jak poglądy astronomiczne nie ewoluowały własnym torem, ale z pewnym obciążeniem ideologicznym natury religijnej. Jako młody, solidnie wykształcony teologiem w uniwersytecie protestanckim w Tybindze, zastał więc Kepler astronomię jako dziedzinę w dużym stopniu zniewoloną. Jeszcze jako student zaczął studiować *De revolutionibus* Mikołaja Kopernika i zapalał chęcią wykazania słuszności poglądu tam lansowanego o heliocentrycznym układzie świata. Subtelny duch Keplera nie mógł pogodzić się ze światem obracającym się wokół "króla ciemności" (w piekle, które, jak powszechnie przyjmowano, znajdowało się w środku Ziemi). Człoby się o wiele bardziej komfortowo z poczuciem, że świat jest wycelowany na tronie Bożym, któremu przystoi stać w Słońcu. I taka, daleka od suchej logiki, była motywacja młodego Keplera do podjęcia nadludzkiego wreszcie wysiłku docieczenia faktycznego układu świata i zrozumienia co ludzkości chcą faktycznie powiedzieć ci "wybrańcy Boży" - gwiazdni wędrowcy o imionach dawnych bogów: Merkury, Wenus, Mars, Jowisz i Saturn.

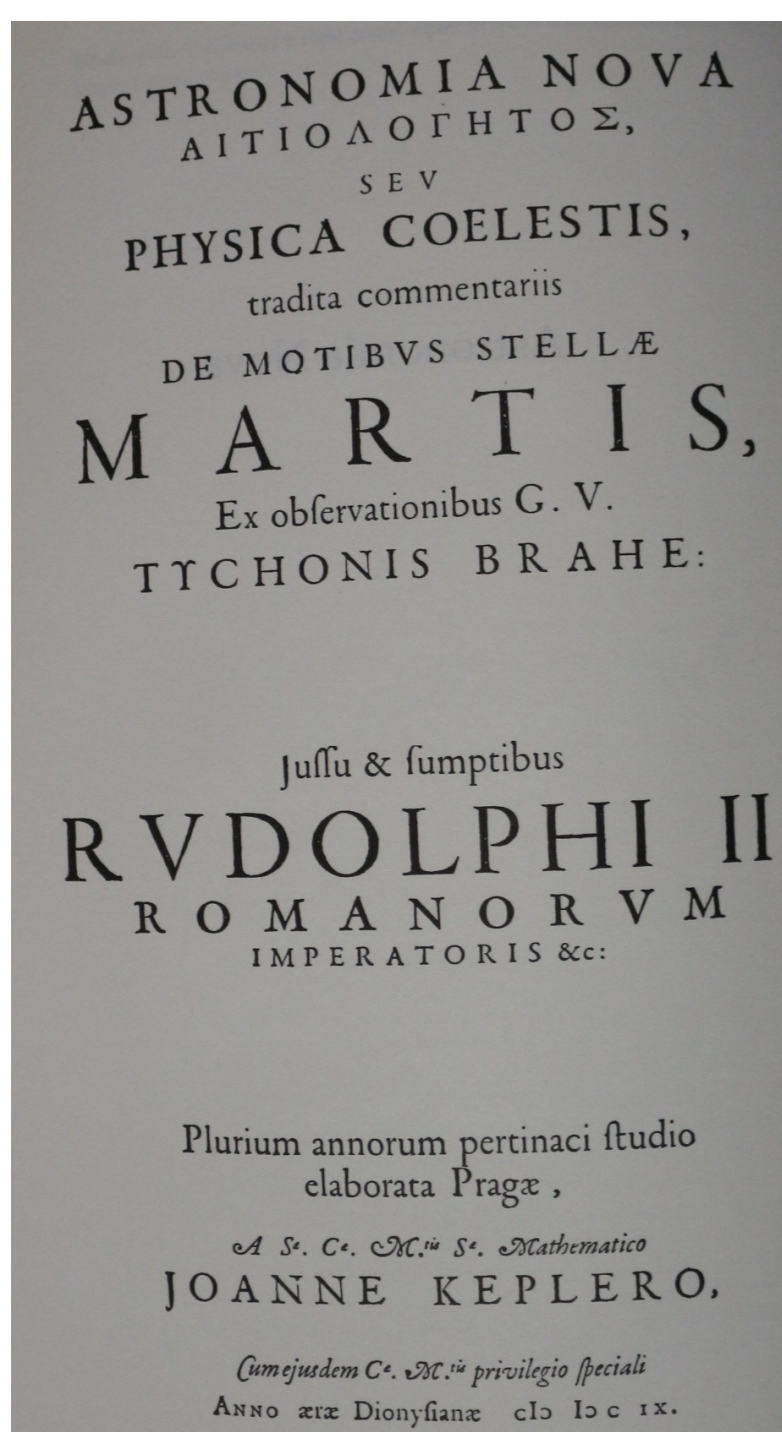


Kepler kształcił się na luterańskiego pastora. Władze uniwersytetu w Tybindze uznały jednak, że Kepler, jako zbyt niezależny myślowo, zostanie oddelegowany jako nauczyciel matematyki do szkoły protestanckiej w Grazu. I stamtąd został powołany na dozoną służbę "Uranii". Błogosławionym miało się okazać to kościelne "zesłanie" Keplera w Alpy.

Podczas lekcji matematyki Kepler narysował na tablicy trójkąt równoboczny i jeden okrąg weń wpisany, a drugi opisany na nim. Tłumaczył dzieciom, że okrąg opisany na trójkącie równobocznym ma promień dokładnie dwa razy większy niż okrąg wpisany. I przypomniał sobie wtedy ten niedoszły pastor, że przecież Saturn obiega Słońce w odległości dwa razy większej niż Jowisz. Ten odrębny rysunek z tablicy stał się znakiem przemiany nauczyciela z Grazu w bodajże największego astronoma wszech czasów. Spośród wielu rzeczy, którymi ubogacił świat za swojego krótkiego życia, ograniczymy się tu tylko do jego praw rządzących ruchami planet, "gwiazdnych wędrowców", które to prawa umożliwiają współczesnym podróżnikom gwiazdnym bezpiecznie wypady w kosmos i szczęśliwe stamtąd powroty.



Kepler odkrył prawa ruchu planet świadomie ich poszukując i świadomie wykorzystując najdokładniejsze dane obserwacyjne, jakie wtedy istniały na świecie. A były to dane uzyskane w największym wtedy światowym obserwatorium astronomicznym, stworzonym i kierowanym przez Tycho de Brahe. Jeszcze przed zastosowaniem przyrządów optycznych w astronomii, przy pomocy dużych instrumentów przeziernikowych, pozyskano pierwszorzędne jak na owe czasy (druga połowa XVI wieku) dane o położeniach planet na przestrzeni wielu lat. Kepler analizował te dane z benedyktyńską precyzją i wytrwałością. Ciągłe się na dziesiątki stron obliczenia, powtarzał 70-krotnie, zanim upewnił się ostatecznie co do ich bezbłędności. Zaczął od Marsa i to właśnie ta planeta "pękła" przed Keplem i odsłoniła tajniki swoich dróg. Zażartuje sobie potem Kepler, że "wygrał wojnę z Marsiem". Inne planety już nie nastroczały Keplerowi specjalnych kłopotów. Pięknie spełniały prawa ruchu odkryte dla Marsa. Kepler był pewien swego. I nie rzucał słów na wiatr. Zostawił światu zdrowe owoce swojego życia.



Dwa pierwsze prawa dotyczące ruchów planetarnych opublikował Kepler w swoim wiekopomnym dziele *Astronomia nova* w 1609 roku. Dziesięć lat później opublikował w dziele *Harmonice mundi* trzecie prawo ruchu planet.

Prawa ruchu planet:

Każda z planet (w tym i sama Ziemia) dokonuje obiegu Słońca po orbicie eliptycznej, a nie kołowej, przy czym w jednym z ognisk elipsy znajduje się Słońce.

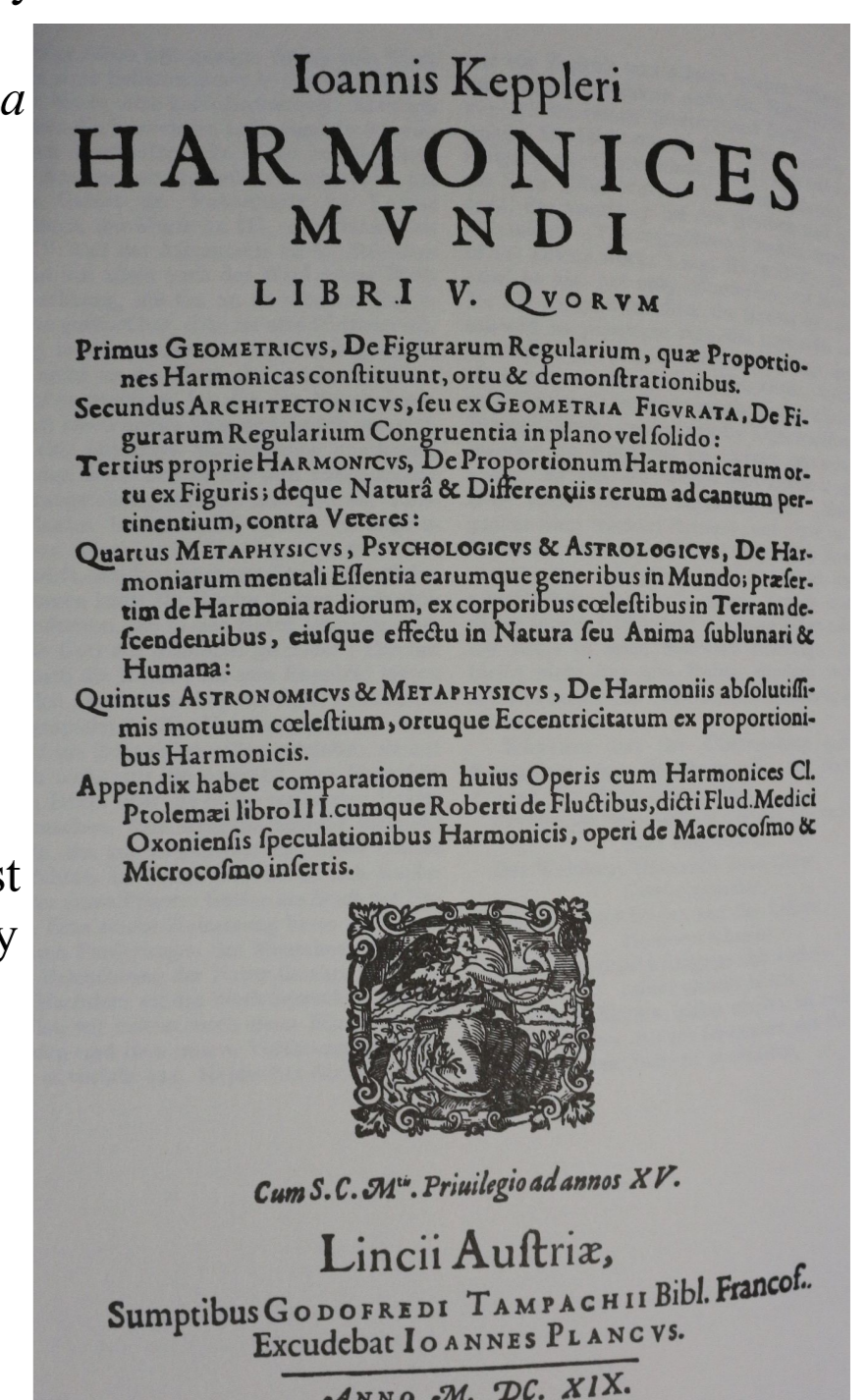
[Woryginalie: *Iter Planetarum in Coelo non esse circulari sed viam Ovali perfecte Ellipticam.*]

Prędkość połowa planety w jej ruchu po orbicie eliptycznej jest stała.

Prędkość połowa to przyrost w czasie pola zakreślanego przez wyprowadzony ze Słońca promień wodzący planety. To prawo "pół" jest właściwie pierwszym w historii zapisem tzw. zasady zachowania momentu pędu. Znaczący, że im bliżej planeta podejździe ku Słońcu tym musi się szybciej poruszać wzdłuż orbity. Dla każdej z planet ta prędkość jest inna, a dla danej planety zmienia się od chwili do chwili. Średnia roczna tej prędkości jest równa polu wnętrza orbity eliptycznej planety, dzielonej przez okres gwiazdowy obiegu tej planety wokół Słońca. Kepler znał okresy gwiazdowe planet, ale nie znał odległości planet od Słońca – ani średnich ani, tym bardziej, chwilowych. Może zdumiewać fakt, że w takiej sytuacji dał radę odkryć to prawo. A odkrył go jako pierwsze (najłatwiejsze).

Wyrażenie T^2/a^3 jest wielkością taką samą dla każdej z planet.

W trzecim prawie Kepler zapisał relację wiążącą okresy gwiazdowe (T) obiegów planet dookoła Słońca z długościami wielkich półosi (a) eliptycznych orbit tych planet.



W oparciu o prawa Keplera można już było sformułować prawo powszechnego ciężenia, co zostało uczynione przez Izaaka Newtona kilkadziesiąt lat później. Piękny i wielce użyteczny wzór na ciężenie powszechne, leżący u podstaw wszelkich rozważań dotyczących lotów kosmicznych, wyraża wartość siły ciężenia pomiędzy dwoma masami (m_1 i m_2) oddalonymi od siebie na taką odległość r , że masy ciał mogą być traktowane jako punktowe (niezmiernie małe, w porównaniu do odległości między nimi). Ten warunek szczęśliwym trafem jest spełniony dla planet w Układzie Słonecznym (są punktowe w porównaniu z ich odległościami od Słońca i od samych siebie) i dlatego dało się odkryć prawa Keplera i w konsekwencji prawo powszechnego ciężenia. Występująca we wzorze stała grawitacji G, jako niezmiernie mała, została po raz pierwszy wyznaczona dopiero pod koniec XVIII wieku przez Cavendisha. Dziś przyjmuje się, że jej wartość wynosi $6.67408 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$. Warto tu zauważyć, że wzór na ciężenie powszechne nie oznacza jeszcze, że wiemy czym jest grawitacja sama w sobie. Co takiego rozgrywa się w przestrzeni dzielącej dwa ciała, że one się przyciągają. Kepler się nad tym długo głowił i nie dał odpowiedzi. Newton takich pytań o istotę rzeczy sobie nie stawiał. Wywiódł z praw Keplera użyteczną formułę, mówiącą tylko jak grawitacja działa, a nie czym ona jest.

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

W oparciu o to prawo dało się uogólnić prawa Keplera. I tak po uogólnieniu pierwsze prawo Keplera orzeka, że: **W polu siły centralnej ciało porusza się po krzywej stożkowej.** Znaczący, że po okręgu, po elipsie, po paraboli lub po hiperboli. Orbita eliptyczna jest często realizowana w przyrodzie. Orbita kołowa praktycznie nigdy nie występuje, ale często jest wykorzystywana jako przybliżenie. Orbitsy paraboliczne i hiperboliczne występują często. Typowymi ciałami w układzie słonecznym nierzadko posiadającymi takie właśnie orbity są komety.

Uogólnione trzecie prawo Keplera wprowadza do relacji oryginalnej Keplera masy ciał okrążających się wzajemnie i przyjmuje postać:

$$\frac{(m + M) \cdot T^2}{a^3} = \text{const}$$

We wzorze tym m i M nie muszą odnosić się odpowiednio do małej masy planety i dużej masy Słońca; mogą to być dowolne masy obiegające się wzajemnie pod wpływem sił grawitacji. Np. mogą to być masy składników podwójnego układu gwiazd czy też układu, gdzie jednym ciałem jest planeta, a drugim jej naturalny lub sztuczny satelita.

Drugie prawo Keplera w postaci uogólnionej wyraża zasadę zachowania momentu pędu w układzie dwóch ciał obiegających się wzajemnie pod wpływem siły grawitacji. Forma oryginalna Keplerowego prawa pół nie jest zasadą zachowania momentu pędu w ścisłym sensie. W czasach Keplera masy planet były nieznanne. Współczesna zasada zachowania momentu pędu uwzględnia masę ciała biorącego udział w ruchu.

Sformułowania uogólnione praw Keplera, w przeciwieństwie do praw oryginalnych, wymagają dopowiedzenia, że są ważne pod warunkiem, że na ruch ciał nie mają wpływu żadne dodatkowe siły, oraz że ciała wzajemnie się obiegające mogą być traktowane jako masy punktowe.

Prawo powszechnego ciężenia pozwala przewidywać zarówno wprzód jak i wstecz położenia planet, z czego skwapliwie skorzystała i nadal korzysta astrologia. Cały rozwój i osiągnięcia astronautyki są współczesnym przykładem innego, praktycznego wykorzystania tego prawa. Zgłębianie frapującego problemu dziwnych ruchów planet, chociaż trwało tysiąclecia i choć było czynione w odległym od współczesnej astronomii kontekście astrologicznym, zaowocowało głębszym zrozumieniem mechanizmów kosmicznych i stworzeniem podwalin dla rozwoju współczesnej nauki i tym samym istotnie przyczyniło się m.in. do podniesienia standardu życiowego całej społeczności ludzkiej.

Przytoczony przykład ilustruje jak czasem odpowiedź na proste pytanie przychodzi dopiero po setkach czy tysiącach lat. Od czasu do czasu rodzi się na świecie ktoś, kto z dziedzictwa wieków czy tysiącleci wydobędzie esencję, coś dopnie, i zmieni bieg tego świata. Kepler zdawał sobie sprawę, że nie spisuje swoich odkryć dla siebie współczesnych (zaangażowanych w przewadze w sprawy religijno-wojenne). Oczekiwał, że jego teksty znajdą czytelnika za dziesiątki i setki lat. (Sam zresztą korzystał głównie z pism sprzed tysięcy lat). I czytają dziś Keplera budowniczy wspaniałych teleskopów kosmicznych, uczył się praw Keplera Jurij Gagarin i po 350-ciu latach od ich sformułowania poszybował ku niebu. I z dobrą znajomością praw Keplera, polecili ludzie na Księżyc, by się przekonać czy *Sen* Keplera się tam urzeczywistnia [*Sen (Somnium)*], to tytuł dzieła Keplera traktującego o podróży na Księżyc i o astronomii księżycowej].

A cofając się myślami wstecz, można wysnuć refleksję, że gdyby nie Kepler ze swoimi odkryciami, najprawdopodobniej dziś nie ani o Koperniku, ani o Newtonie. Kepler uwiarygodnił przed światem Kopernika, i dał Newtonowi wszystko, czego potrzebował dla swoich wiekopomnych *Principiów*. A wszystko to, i cały cywilizacyjny poziom dzisiejszych czasów, mamy dzięki tym pięciu gwiazdom wędrownym, które wylały z ogólnego porządku i wprawiły tym w zakłopotanie ludzi myślących. A my dzisiaj, czy bylibyśmy w stanie chociaż zauważyć, że na niebie tych pięciu wędrowców ciągle się wałęsa?

